SPRAWOZDANIE
DYREKCYI
C. K. GIMNAZYUM
w Jaśle
ZA ROK SZKOLNY
1885.

TREŚĆ:

JASŁO,

NAKŁADEM FUNDUSZU NAUKOWEGO.

Czcionkami L. D. Stœgera

1885.

O RACHUNKU
PROCENTOWYM.

Uprzedzić winniśmy czytelnika, że w niniejszej rozprawce nie znajdzie ani wielkich pomysłów, ani odkryć nowych, oprócz kilkunastu najzwyczajniejszych zadań i kilku uwag dotyczących nauczania rachunku procentowego w klasach niższych. Nim jednak przystąpimy do właściwego przedmiotu, pozwolimy sobie zwrócić uwagę na należyte czytanie stosunków i proporcyj, żeby raz na zawsze zerwać z wyrażeniem tak często używanem „ma się" wziętem z języka niemieckiego „Verhält sich" a nie oddającem jego znaczenia nawet w przybliżeniu.

Stosunek $(8:4=2)$
będziemy czytać: Ośm od czterech jest dwa razy większe, a stosunek

$$3:6=1/2$$

wyrazimy w ten sposób: Trzy od sześciu jest mniejsze dwa razy albo pół razy większe. Również stosunek wyrażony liczbami ogólnymi

$$a:b=c$$

winniśmy czytać: a od b jest c razy większe lub mniejsze, jeżeli nie mamy wyraźnej skazówki oznaczającej nam dokładnie czy a jest większe od b czy też mniejsze. Podobnie należy czytać i proporcyą

$$6:3=8:4$$

Sześć jest tyle razy większe od trzech, ile razy ośm jest większe

6933 eozk

od czterech — a nie — jak to zwykle czytamy: „Sześć tak się ma do trzech, jak 8 do 4."

Podany wyżej sposób możnaby jeszcze uprościć w dalszym ciągu nauki i czytać proporcyą daną: Sześć do trzech, ile razy ośm od czterech — rozumiejąc jest większe.

Również wyrazimy proporcyą:

$$3:6=4:8$$

Trzy jest tyle razy mniejsze od sześciu, ile razy cztery jest mniejsze od ośmiu.

Proporcyą wyrażoną liczbami ogólnymi:

$$a:b=c:d$$

należy czytać: a jest tyle razy większe lub mniejsze od b, ile razy c jest większe lub mniejsze od d.

Jak również proporcyą z jedną niewiadomą wyrazimy nie innym sposobem, tylko wyżej podanym:

$$x:4=6:3$$

x ma być tyle razy większe od 4, ile razy 6 jest większe od 3.— albo: x powinno być tyle razy większe od 4, ile razy 6 jest większe od 3. albo: x tyle razy jest większe od 4, ile razy 6 jest większe od 3.

Podany sposób wyrażania i czytania proporcyi zrozumie i ośmioletnie dziecko, niema przeto obawy, aby starsze dzieci nie rozumiały. Do wyrażenia „ma się" przyzwyczailiśmy się mimowoli — nie zastanawiając się nad jego znaczeniem, bo znaczenie jego rzeczywiste „Verhält sich" rozumieliśmy w duchu języka niemieckiego: pozostaje w takim stosunku. Tak atoli rozumieli znaczenie wyrażania „ma się" ci, którzy uczyli po niemiecku albo przedtem sami się uczyli matematyki w języku wykładowym niemieckim, w ten sam sposób rozumieli i autorzy — tłumacze podręczników niemieckich na polskie, nie zastanawiając się nad tem, czy młode pokolenie nie znające języka niemieckiego, podoła zrozumieć wyrażenie na pozór polskie, za którem nic nie przemawia, chyba krótkość. Jak trudno pozbyć się każdego nałogu, tak i tego trudno wykorzenić. Wiemy o tem, że to źle, że dzieci wyrażenia tego nie rozumieją, że nauka taka jest dla nich tureckiem kazaniem, a jednak z przyzwyczajenia mówimy i czytamy: 10 ma się do 5, jak się ma 12 do 6. Prawda, że ptak ma się na drzewie albo pod dachem, jeden człowiek ma się dobrze, a drugi ma się źle, ale 10 ani się ma na drzewie, ani pod dachem, ani dobrze, ani źle; 10 ma się do 5 jest o tyle wyrażeniem polskiem, o ile składa się z wyrazów polskich. Posłuchajmy, czego żąda Jan Sniadecki od wyrażeń używanych w matematyce. *) „Naprzód. Wyraz nowy powinien mieć skład, zakończenie i całą że tak powiem fizyonomię narodową; bo przez to tylko zbliża się do języka potocznego.

Powtóre. Nie powinien bydź dla ucha twardy; bo nauki powinny się przykładać nietylko do zbogacenia, ale nawet i do ułagodnienia języka.

Potrzecie. Powinien mieć precyzyą, to jest dosadność, dobitność, czyli dobrze ustanowione znaczenie, nastręczające się uwadze na pierwsze uderzenie ucha; i dla tego ciągniony bydź nie powinien z podobieństwa do słów obłąkanych czyli że tak powiem tułackich, które mogąc wiele rzeczy znaczyć, nic nie znaczą z pewnością. Pierwszą zaś mowy wydoskonalonej własnością bydź powinna jasność i zrozumiałość.

Poczwarte. Wyraz nowy bydź powinien poważny i skromny,

---

*) O języku narodowym w matematyce.

nie dający powodu do przeciągania go na znaczenie śmieszne lub wstyd obrażające.

Popiąte. Starać się jeszcze należy, żeby wyraz nowy niebył zbyt rozwlekły i z wielu razem słów sklejony: bo takie wyrazy wychodzą z rzędu mowy potocznej, dając jej ruch leniwy a częstokroć usypiający i nudny.

Poszóste. Najważniejszym warunkiem w porządnem tworzeniu nowych słów, jest zachowanie analogii. Nie masz rzeczy, ani myśli nowej, któraby w czem nie była podobna, któraby się w czem nie stykała albo nie wypadała z rzeczy i myśli znanej. Z podobieństwa więc myśli i rzeczy wypływać powinno podobieństwo nazwiska. Przestąpienie albo niezręczne przystósowanie tego prawidła najwięcej psuje języki, wprowadzając w nie gadaninę bez uwagi i związku; z czego znowu rodzi się pojęcie rzeczy albo niedokładne, albo ciemne i fałszywe."

Podany sposób czytania proporcyi oddaje tożsamość rzeczy, zatem jest zrozumiały i dosadny, gdy tymczasem wyrażenie „ma się" nie ma żadnego znaczenia. Można to wyrażenie śmiało postawić obok szubienicy na wieszanie ułamków o różnych mianownikach w celu sprowadzenia ich do spólnego mianownika, albo obok wyrażenia używanego dosyć często „ściągać, ściągnąć" w znaczeniu „upraszczać, uprościć, zredukować." To też Szanowny profesor Ig. Gralewski groził więzieniem za ściąganie, chcąc nas od używania tego wyrażenia odzwyczaić.

Myślałby kto, że potrzeba ogromnego nakładu, aby się odzwyczaić od używania niejasnego i niezrozumiałego wyrażenia, gdy tymczasem wystarczy tylko dobra wola i pamięci garstka.

Określiwszy znaczenie kapitału *a*) i stopy procentowej zwanej zwykle procentem dla skrócenia, wyjaśniwszy podział kapitałów na ruchome, nieruchome i martwe, należałoby uwzględnić rachunek pamięciowy nasamprzód i to na liczbach mniejszych albo większych ale okrągłych n. p. 4%, 5%, 10% od kapitału 200 złr., 3000 franków, 40000 talarów, 600000 marek i t. p. przy pomocy wnioskowania:

Jeżeli 100 złr. za rok przyniesie dochodu 4 złr., to
200 „ „ „ „ „ $2 \times 4 = 8$ złr.

Jeżeli 100 fr. w roku przyniesie 5 fr. dochodu
to 300 „ „ „ 15 „ „
a 3000 „ „ „ 150 „ „

Jeżeli 100 talarów w roku przyniesie 10 talarów
to 1000 „ „ „ 100 „
10000 „ „ „ 1000 „
a 40000 „ „ „ 4000 „

Jeżeli 100 marek przyniesie za rok 6 marek
to 1000 „ „ „ 60 „
100000 „ „ „ 6000 „
600000 „ „ „ 36000 „

Uwzględniając liczby większe zawsze lepiej pomagać pamięci pisaniem przynajmnicj wypadków, albowiem w wielkich liczbach ginie pamięć dziecka, a wnioskowanie trudniejsze.

Pamiętać bowiem zawsze należy, że nie wszystko przychodzi z taką łatwością wyrostkowi, nad czem nie potrzebuje się silić

---

a) W dokumencie prawnym z roku 1660. z W. Ks. Oświęcimskiego pochodzącym, znaleziono na kapitał wyrażenie polskie „iścizna“ a na procent wyraz „zrocze.“

umysł starszy, nie należy w żadnym razie nauczycielowi odstępować od znanej zasady pedagogicznej „Nauczyciel podczas nauki powinien się postawić na stanowisku ucznia, to jest, myśleć jak dziecko, zgadywać, jak dziecko, rozumować, jak dziecko, nie przestając być nauczycielem."

W całym rachunku procentowym największą rolę odgrywa rozumienie znaczenia stopy procentowej, którą pospolicie nazywamy procentem, a bardzo często bierzemy w znaczeniu dochodu n. p. Panu A wypłacono w kasie 120 złr. kapitału i 20 złr. procentu zamiast procentów albo odsetek. Przez stopę procentową albo procent należy rozumieć dochód od 100 za jeden rok, gdzie obojętną jest rzeczą czy ten dochód od 100 złr., czy od 100 centów, czy od 100 marek. Jeżeli pan A wziął z kasy 20 złr. procentów, to z tego nie możemy wiedzieć, jaka była stopa procentowa, bo niewiemy, jak długo kapitał 120 złr. był w kasie umieszczony. Jeżeli kapitał umieścimy w kasie oszczędności, czy to włożymy w przedsiębiorstwo, to po roku, po 2 latach, po 3 miesiącach przyniesie ten kapitał pewien dochód, który będzie większy po 2 latach, niż po roku przy tej samej stopie procentowej, a w tym samym czasie będzie dochód większy, im stopa procentowa jest większa. Stopa procentowa ma znaczenie wyżej określone, jeżeli wyraźnie nie zastrzeżono, że należy rozumieć procent miesięczny, ćwierćroczny lub półroczny. Sumę procentów od kapitału większego lub mniejszego od 100 za czas dłuższy lub krótszy od jednego roku, nazywamy dochodem od kapitału albo krótko tylko dochodem.

Do rachunku procentowego wchodzą zatem 4 ilości: kapitał, stopa procentowa, dochód i czas. Można wyjaśnić, że za zasadę do obliczenia dochodu od kapitału wzięto kapitał 100, stąd tę liczbę nazwano liczbą zasadniczą, która jest w zadaniach daną w stopie procentowej. Szukanie związków zachodzących między tymi 4 ilościami w pewnych warunkach, stanowi rachunek procentowy.

Najpierw nauczymy się obliczać każdy procent od jakiejkolwiek sumy jednostek.

1. W klasie jest 40 uczniów, z tych otrzymało 20% stopień celujący, 60% stopień pierwszy, 15% stopień drugi a 5% trzeci stopień; jak wypadła klasyfikacya w tej klasie? Na postawione pytanie można otrzymać odpowiedź, że klasyfikacya wypadła dobrze lub źle — i taką odpowiedź należy ocenić, ale pytanie postawić wyraźnie: Ile w tej klasie było uczniów celujących, ilu otrzymało stopień pierwszy, ilu drugi, a ilu trzeci stopień?

I.

na 100 uczniów otrzymałoby stop. celujący 20 uczniów
„ 10 „ „ „ „ 2 „
„ 40 „ otrzyma „ „ 8 „
celujący stopień otrzymało 8 uczniów

na 100 uczniów stopień pierwszy otrzymałoby 60 uczniów
„ 20 „ „ „ „ 12 „
„ 40 „ „ „ otrzyma 24 „
piewszy stopień otrzyma 24 uczniów

na 100 uczniów otrzymałoby drugi stopień 15 uczniów
„ 20 „ „ „ „ 3 „
„ 40 „ otrzyma „ „ 6 „
stopień drugi otrzyma 6 uczniów

na 100 uczniów	trzeci stopień	otrzymałoby	5	uczniów
„ 20 „	„ „	„	1	„
„ 40 „	„ „	otrzyma	2	„
	trzeci stopień	otrzyma	2	uczniów

zatem: celujących uczniów	było	8
z pierwszym stopniem	„	24
z drugim „	„	6
z trzecim „	„	2
	Razem	40

Taki rachunek jest potrzebny do zrozumienia danych statystycznych i bardzo często zachodzi w umiejętnościach ścisłych w medycynie, w chemii, w fizyce i t. p.

Zadanie dane możemy rozwiązać jeszcze innym sposobem.

II.

10%	z 40 wynosi	4	
20%	„ „	8	celujących
60%	„ „	(3.8)=24	z pierwszym stopniem
15%	„ „	(24:4) = 6	z drugim „
5%	„ „	(6:3) = 2	z trzecim „

Porównując II. sposób z I. widzimy oczywistą korzyść rachunku II.

W praktyce najczęściej zachodzą zadania dotyczące obliczania procentów od pewnego kapitału za pewien czas z oznaczoną stopą procentową. Będziemy się uczyć najprzód obliczać dochód za rok od każdego kapitału dla każdej stopy procentowej.

2. Jaki dochód przyniesie kapitał 850 złr. za rok, umieszczony na 5%.

I.

100 złr.	za	1 rok	przyniesie	5	złr.	dochodu
700	„	„	„	35	„	„
50	„	„	„	2·5	„	„
850 złr.	za	rok	przyniesie	42·5	złr.	dochodu.

II.

100 złr. w 1 roku przyniesie 5 złr. dochodu

850 „ „ „ x „ „

$$x:5=850:100$$

$$x:5 = 85 : 10$$

$$x:1 = 85 : 2$$

$$x = 85:2=42{\cdot}5 \text{ złr.}$$

III.

1% od 850 wynosi 8·5

5% „ „ „ 42·5

IV.

10% od 850 wynosi 85

5% „ „ „ 42·5

Zadanie 2. można dać jeszcze pod inną postacią.

Do jakiej sumy urośnie kapitał 850 złr. umieszczony po 5% za rok?

Uczniowie sami odgadną, że obliczony dochód należy dodać do kapitału danego, aby otrzymać żądaną sumę.

Przy rachunku pamięciowym najwygodniejszy jest sposób I., przy piśmiennym III. sposób, albowiem z 1% można obliczyć każdą wielokrotność jego i każdą część wielokrotną.

3. Obliczyć dochód od 358 złr. 42 ct. za rok po 7%.

1%	od 358·42	za rok	3·5842
7%	„	„	25·0894

czyli 25 złr. 9 ct.

mniejszy bowiem błąd popełnimy dodając 0·001 złr., niż opuszczając 0·009 złr.

Do sprawdzenia wypadku możemy użyć proporcyi:

100 złr. za 1 rok 7 złr.
358·42 złr. „ x

$$x:7 = 358{\cdot}42:100$$
$$x:7 = 35842:10000$$
$$x = \frac{35842 \times 7}{10000} : 25{\cdot}0894 \text{ złr.}$$

Umiejąc obliczyć dochód za rok, potrafimy to uczynić za każdy czas większy lub mniejszy od roku.

4. Jaki dochód przyniesie kapitał 240 złr. po 6% za 3 lata 4 miesiące?

I.

100 złr.	za 1 rok	6 złr.		
100 „	„	6 „		
20 „	„	1·20 „		
20 „	„	1·20 „		
240 złr.	za 1 rok	14·40 „		
—	2 lata	28·80 „	(Dwa razy tyle, co za rok)	
—	⅓ roku	4·80 „	(⅓ dochodu rocznego)	
240 zł.	za 3 lat 4 m.	48 złr.		

II.

1% od 240 złr.	za 1 rok	2·40	złr.
6% „	„	14·40	„
6% „	3 lata	43·20	„
6% „	1/3 roku	4·80	„
6% od 240 złr. za 3 lat 4 m.		48	złr.

Dając zadanie 4. w postaci: „Do jakiej sumy urośnie kapitał 240 złr. po 6% za 3 lata i 4 mies.“ można już w klasie II. dać uczniom pojęcie o procencie składanym. Jeżeli składający gotówkę w kasie oszczędności nie pobiera procentów z końcem każdego roku, tylko takową w kasie zostawia, to sprawiedliwość wymaga tego, aby mu kasa wypłaciła i dochód przypadający od procentów za rok zeszły, będzie zatem ten dochód procentem od procentu czyli procentem składanym. W celu obliczenia procentu składanego, wystarczy dołączyć dochód od kapitału za rok pierwszy do danego kapitału i od tej sumy obliczyć dochód za rok drugi przypadający; obliczony dochód za drugi rok dodać do kapitału powiększonego o dochód z pierwszego roku i obliczyć dochód od otrzymanej sumy za rok trzeci i t. d. W naszym przydadku dochód za rok pierwszy wynosi 14·4 złr.

240	„	kapitał dany
254·4	„	na rok drugi

1% od 254·4 wynosi	2·544	złr.	
6% „ „	15·264	„	
do tego	254·4	„	
otrzymamy	269·644	„	kapitał na r. 3.

1% od 269·664 złr. jest		2·69664 złr.	
6%	„ „	16·17984 „	
do tego		269·664 „	
		285·84384 „	

kapitał z końcem 3. roku

1% od 285·84384 złr.		2·8584 złr.	
6%	„	17·1504 „	za 1 r.
6%	„	5·7168 „	za 4 m.
do tego		285·8438 „	
		291·5606 złr.	

powinniśmy odebrać po 3 latach i 4 mies. gdy tymczasem umieszczając ten kapitał na procent pojedyńczy odebralibyśmy tylko 240 złr. $+$ 48 złr. $=$ 288 złr. zatem o 3 złr. 56 ct. mniej.

To też nikt nie umieszcza w ten sposób kapitału, chyba u osoby prywatnej.

Rachunek taki przyda się uczniowi w klasie 4. do sprawdzenia rzetelności podanych tablic czynników procentowych przy niewielkiej ilości okresów czasowych, a w 2. klasie jest ćwiczeniem do obliczenia dochodu.

Weźmy przykład najogólniejszy:

5. Jaki dochód przyniesie kapitał 357 złr. 50 ct. po $6\frac{1}{2}\%$ za 3 lata 8 mies. 5 dni?

I.

1% od 357·5 złr. za 1 rok			3·575 złr.
$\frac{1}{2}\%$	„	„	1·7875 „
5%	„	„	17·875 „
$6\frac{1}{2}\%$ od 357·5 złr. za 1 rok			23·2375 „

$6\frac{1}{2}\%$ od 357·5 złr.	za	2 lata	46·475	
„ „	„	$\frac{1}{2}$ roku	11·61875	
„ „	„	$\frac{1}{6}$ roku	3·87292	
„ „	„	5 d. ($\frac{1}{12}$) m.	0·32274	
$6\frac{1}{2}\%$ od 357·5 złr.	za	3 l. 8 m. 5 d.	85·52691	złr.

czyli 85 złr. $52\frac{1}{2}$ ct.

II.

$6\frac{1}{2}\%$ od 357·5 złr.	za	1 rok	23·2375	złr.
„ „	„	$3\frac{49}{72}$ lat	x	

$$x : 23·2375 = 3\tfrac{49}{72} : 1$$

$$x : 232375 = \tfrac{265}{72} : 10000$$

$$x : 232375 = 265 : 720000$$

$$x : 1859 = 265 : 5760$$

$$x : 1859 = 53 : 1152$$

$$x = \frac{1859 \times 53}{1152} = 98527 : 1152 = 85·526 \text{ złr.}$$

otrzymujemy wypadek zgodny z poprzedzającym, jako dowód rzetelności rachunku.

Jakkolwiek sposób drugi jest mozolny, jednak w niektórych przypadkach konieczny a mianowicie we wszystkich wypadkach, w których kapitał jest dany w dziesiętnych złr.; procentowa stopa zawilsza n. p. 5·38% a czas w latach, mies. dniach. Tego rodzaju przykłady zajmują wiele czasu, zatem należy ich unikać przy nauce szkolnej szczególnie przy nauce początkowej, natomiast przerabiać przykłady wygodniejsze oboma sposobami, aby uczniom podać sposób do sprawdzenia własnej pracy.

Nauka tego rodzaju przyniesie i dzieciom i nauczycielowi pożądany owoc i stanie się własnością ucznia, gdy tymczasem formułka, regułka, maszynka znana: „Dochód równy jest setnej części kapitału rozmnożonej przez stopę procentową i czas" prowadzi niezawodnie do celu nieraz i drogą krótszą, ale z pamięci uleci i niczego nie nauczy, co gorsza znajdzie się nie raz połowa uczniów w klasie recytujących formułkę, jak pacierz, którzy atoli regułki tej do rachunku zastósować nie potrafią w żaden sposób.

Znając stopę procentową, czas i dochód od pewnego kapitału, możemy ten kapitał wyszukać.

6. Jaki kapitał przyniesie 20 złr. dochodu za rok, jeżeli go umieścimy na 5%?

100 złr. w 1 roku przyniesie 5 złr.

K „ „ „ 20 „

$$K : 100 = 20 : 5$$

poszukany kapitał K ma być tyle razy większy od 100 złr., ile razy dochód od tego kapitału jest większy od dochodu, jaki przyniesie 100 złr. Uprościwszy 3. i 4. wyraz przez 5. mamy:

$$K : 100 = 4 : 1$$

$$K = 100 \times 4 = 400 \text{ złr.}$$

Co można było zaraz odgaść, bo cztery razy większy dochód w tym samym czasie może przynieść tylko cztery razy większy kapitał przy tej samej stopie procentowej.

Chcąc rachunek sprawdzić, obliczymy dochód od wyszukanego kapitału za rok po 5%, co uczniowie w pamięci wyrachują.

100 złr. za 1 rok przyniesie 5 złr. dochodu

200 „ „ „ 10 „ „

400 „ „ „ 20 „ „

7. Jaki kapitał po 6% za 2 lata przyniesie 15 złr. dochodu?

100 złr. za 1 rok przyniesie 6 złr.
100 „ za 2 lata „ 12 „
K „ — „ 15 „

$K:100=15:12$

$K:100 = 5 : 4$

$K : 25 = 5 : 1$

$K=\frac{25\cdot5}{1}=125$ złr.

bo 100 złr. za 1 rok przyniesie 6 złr.
25 „ „ „ 1·5 „

---

125 „ „ „ 7·50 „
125 „ za 2 lata „ 15 „

albo

szukany kapitał K złr. w 1 roku 7·5 złr.
100 „ „ 6 „

$K:100=7\cdot5:6$

$K:100=75:60$

$K : 10=75 :6$

$K : 10=25 :2$

$K : 5=25 :1$

$K=125$ złr.

8. Jaki kapitał po $8^3/_4$% za 2 lata i 9 mies. przyniesie 17 złr. 97 ct. dochodu?

I.

100 złr. za 1 rok 8·75 złr.
„ „ 1 87·5 „

100 złr. za $^1/_2$ roku 4·375 złr.

„ „ $^1/_4$ 2·1875

100 złr. za $2^3/_4$ r. 24·0625 złr.

K „ 17·97 „

$$K:100=17{\cdot}97:24{\cdot}0625$$

$$K:100=179700:240625$$

$$K:100=7188:9625$$

$$K:4=7188:385$$

$$K=\frac{7188.4}{385}=28752:385=74.68 \text{ złr.}$$

1802

2620

3100

K = 74 złr. 68 ct.

II.

K za $2^3/_4$ lat 17·97 złr.

K „ $^{11}/_4$ „ 17·97 „

K „ $^1/_4$ „ 1·63 „

K „ $^4/_4$ „ 6·52 „

100 1 „ 8·75 „

$$K:100=6{\cdot}52:8{\cdot}75$$

$$K:100=652:875$$

$$K:4=652:35$$

$$K=\frac{652{\cdot}4}{35}=2608:35=74{\cdot}51 \text{ złr.}$$

Wypadek mniej dokładny z powodu błędu popełnionego przy obliczeniu dochodu za $^1/_4$ r. przez opuszczenie 3. miejsca dziesiętnego.

Z przykładów 6. 7. i 8. okazuje się, że w celu znalezienia kapitału wystarczy sprowadzić czas do jednego roku w danych warunkach albo obliczyć dochód od 100 złr. za dany czas — w jednym i drugim przypadku sprowadzamy dochody od kapitałów do tego samego czasu i porównujemy między sobą kapitały i dochody.

9. Na jaki procent umieszczono kapitał 800 złr., który po roku przyniósł dochodu 32 złr.

800 złr. za 1 rok przyniesie 32 złr. dochodu
100 „ „ „ 4 „ „

czyli kapitał 800 złr. był wypożyczony na 4%, albowiem kapitał 100 złr. jako 8 razy mniejszy od 800 przyniesie dochodu 8 razy mniej $(32:8=4)$.

10. Na jaki procent pożyczono kapitał 240 złr., który po 1 roku przyniósł dochodu 40 złr.

I.

240 złr. za 1 rok 40 złr.
24 „ „ 4 „
4 „ „ $^2/_3$ „
2 „ „ $^1/_3$ „
10 „ „ $^5/_3$ „
100 „ „ $^{50}/_3 = 16^2/_3$

czyli dany kapitał umieszczono za $16^2/_3\%$

II.

240 złr. za 1 rok 40
100 „ „ p

$$p:40=100:240$$
$$p:4=100:24$$
$$p:1=100:6$$
$$p:1=50:3$$
$$p=50:3=16^2/_3\%$$

Rachunek można sprawdzić obliczając dochód albo kapitał w danych warunkach.

11. Na jaki procent umieszczono kapitał 240 złr., który po 3 latach 4 mies. przyniósł 48 złr. dochodu? (zad. 4.)

I.

240	złr. za	$3\frac{1}{3}$	roku	48	złr.
240	„	$\frac{10}{3}$	„	48	„
240	„	$\frac{1}{3}$	„	4·8	„
240	„	$\frac{3}{3}$	„	14·4	„
120	„	1	„	7·2	„
20	„	1	„	1·2	„
100	„	1	„	6	„

czyli na 6%

II.

240	złr. za	$\frac{10}{3}$	lat	48	złr.
240	„	$\frac{1}{3}$	„	4·8	„
240	„	1	„	14·4	„
100	„	1	„	p	„

$$p : 14{\cdot}4 = 100 : 240$$

$$p : 144 = 100 : 2400$$

$$p : 144 = 1 : 24$$

$$p : 18 = 1 : 3$$

$$p = 18 : 3 = 6\%$$

Sposób II. zawsze prowadzi do celu bez względu na wielkość i jakość liczb danych, gdy tymczasem I. tylko w niektórych wypadkach może być korzystnie użytym, szczególniej przy danych okrągłych.

Rzetelność rachunku możnaby jeszcze wykazać w inny sposób n. p. możnaby postawić zadanie w postaci: Do jakiej sumy urośnie kapitał 240 złr. za 3 lata 4 mies. po 6% (pojedyńczy)? 100 złr. za $3\frac{1}{3}$ roku przyniesie dochodu 20 złr. czyli urośnie do sumy 120 złr.

100 złr. po $3\frac{1}{3}$ roku do sumy 120 złr.
240 „ „ „ S „

$$S:120=240:100$$
$$S:12=24:1$$
$$S=24.12=288 \text{ złr.}$$

czyli przyniesie dochodu 48 złr.

albo

można poszukać kapitału:

K złr.	za $3\frac{1}{3}$	roku	48 złr.
K „	$\frac{1}{3}$	„	4·8 „
K „	1	„	14·4 „
100 „	1	„	6 „

$$K:100=14{\cdot}4:6$$
$$K:100=144:60$$
$$K:10=144:6$$
$$K:10=24:1$$
$$K=24.10=240 \text{ złr.}$$

Przerobienie jednego przykładu na kilka różnych sposobów nie jest bez korzyści, budzi bowiem u uczniów ciekawość i zaostrza uwagę na godzinach naukowych. Stawianie pytań przez uczniów w celu sprawdzenia rachunku rozwija władze umysłowe kombinacyjne, oprócz tego pozwala uczniom działać samodzielnie — jeżeli mają do czynienia na jednej godzinie z rachunkami różnego rodzaju. Jeżeli się całą godzinę przerabia rachunki tego samego rodzaju, to uczniów nudzi i wyradza szablonowość.

12. Na jaki procent umieszczono 20 złr., od których za 18 dni wzięto 40 ct. dochodu?

I.

od 20 złr. za 18 dni 40 ct.
„ 3 „ $6^2/_3$ „
„ 30 „ $66^2/_3$ „
„ 6 mies. 4 złr.
„ 1 rok 8 „
od 100 złr. za 1 rok 40 złr.
czyli umieszczono na 40%

II.

od 20 złr. za 18 dni 40 ct.
10 „ „ 20 „
100 „ „ 2 złr.
100 „ 3 $^1/_3$ „
100 „ 30 $^{10}/_3$ „
100 „ 1 rok $^{120}/_3$ „ = 40 złr.
czyli także 40%

13. W jakim czasie 200 złr. po 8% przyniesie 30 złr. dochodu?

I.

100 złr. w 1 roku 8 złr,
200 „ „ 16 „
200 złr. C 30 „

$$C:1=30:16$$
$$C:1=15:8$$
$$C=15:8=1\tfrac{7}{8}\text{ r.}=1\text{ r. }10\text{ mies. }15\text{ dni.}$$

II.

200 złr. w czasie C — 30 złr.
100 „ C — 15 „
100 „ 1 r. — 8 „

$$C:1=15:8$$
$$C={}^{15}/_{8}=1\,{}^{7}/_{8}\text{ lat}$$

Sprawdzenie: Na jaki % trzeba umieścić 200 złr., aby za rok 10 mies. i 15 dni odebrać 230 złr.:

200 złr. za $1\,{}^{7}/_{8}$ lat 30 złr.
100 „ ${}^{15}/_{8}$ „ 15 „
100 „ ${}^{1}/_{8}$ „ 1 „
100 „ 1 „ 8 „

na 8%

14. W jakim czasie 8 złr. 54 ct. po $6\,{}^{2}/_{3}$% przyniesie 20 ct. dochodu?

I.

100 złr. w 1 roku $6\,{}^{2}/_{3}={}^{20}/_{3}$ złr.
1 „ „ ${}^{20}/_{3}$ ct. $={}^{100}/_{15}$
7 „ „ ${}^{140}/_{3}$ „ $={}^{700}/_{15}$
${}^{1}/_{2}$ „ „ ${}^{10}/_{3}$ „ $={}^{50}/_{15}$
${}^{1}/_{25}$ „ „ ${}^{20}/_{75}$ „ $={}^{4}/_{15}$

8 złr. 54 ct. za 1 rok ${}^{854}/_{15}$ ct.
8 „ 54 „ C lat 20 „

$$C : 1 = 20 : {}^{854}/_{15}$$
$$C : 15 = 20 : 854$$
$$C : 15 = 10 : 427$$
$$C = {}^{150}/_{427}\ \text{r.} = {}^{150}/_{427} 12\ \text{mies.}$$

$1800 : 427 = 4$ mies.

${}^{92}/_{427}$ mies. $= {}^{92.30}/_{427}$ dni $= {}^{2760}/_{427}$ dni

$2760 : 427 = 6$ dni

${}^{198}/_{427}$

$$C = 4\ \text{mies. } 6\ \text{dni}$$

ułamek dnia mniejszy od $^1/_2$ nie uwzględnia się, a większy od $^1/_2$ poprawia się na 1.; zatem 8 złr. 54 ct. za 4 mies. 6 dni po $6^2/_3\%$ przyniesie 20 ct. dochodu.

Próba nie da się zrobić z całą ścisłością z tego powodu, że czas jest niewymierny, ale można wypadek znaleść znacznie przybliżony. Pamiętać atoli wypada, że czas jest zawsze wyrażony w latach albo częściach roku, co już z tego wynika, że się ten czas porównuje z jedym rokiem (określenie stosunku.)

Na tych 14 zadaniach możnaby zakończyć rachunek procentowy, na naukę którego wystarczyłoby 8 godzin, można bowiem na godzinie przerobić 2 zadania i na podobieństwo tychże jeszcze 2 inne, odmiennie jakością, zastosowane do celów praktycznych, jako to do obliczania prowizyi, agia, kurtażu, premii assekuracyjnej, do zadań statystycznych i t. p.

W naszych podręcznikach znajdujemy jeszcze rachunek na sto i w stu, którym zwykliśmy uczniów trapić, który atoli da się zastąpić rozwiązaniem 2 zadań; jedno z tych zadań dotyczy obliczenia zysku, drugie straty.

15. Sprzedano towar za 150 złr. z zyskiem 10%; jak wielki jest zysk?

każde 100 złr.	dane	przy zakupnie	niesie	przy sprzed.	110 złr.
x „		„		„	150 „

$x:100=150:110$

$x:100 = 15 : 11$

$x=1500:11=136{\cdot}36$ złr.

zatem towar kupiono za 136 złr. 36 ct., wzięto zań przy sprzedaży 150 złr., zatem zyskano 13 złr. 64 ct., ten zysk jest dochodem, jaki przyniósł kapitał dany na zakupno towaru 136 złr. 36 ct. jak rzeczywiście rachunek pokazuje, bo 10% od 136·36 jest 13·636, a uwzględniając poprawkę miejsca 3go będzie 13·64. złr.

16. Sprzedano konia za 180 złr. ze stratą 20%; ile wynosi strata?

za każde 100 złr.	dane przy zakupnie	wzięto	80 złr.	przy sprzed.
ile x „	„	„	180 „	„

$x:100=180:80$

$x:100 = 9 : 4$

$x : 25 = 9 : 1$

$x=25.9=225$ złr.

Dano za konia 225 złr. a sprzedano go za 180 złr. zatem stracono 45 złr.

gdyż:

10% od 225 złr. wynosi 22·5 złr.

20% „ „ 45 „

W ten sam sposób można obliczać rabat, eskont, uwzględniając jeszcze czas przy obliczaniu eskontu.

4

17. Sprzedano weksel wystawiony na 200 złr. 10 dni przed terminem, ile za niego wzięto jeżeli eskont wynosi 6% (w stosunku rocznym.)

Od 100 strąca się za rok 6 złr.
„ $\frac{1}{2}$ „ 3 „
„ 1 m.$=\frac{1}{12}$ „ $\frac{1}{2}$ „
„ $\frac{1}{3}$ m.$=$10 dni $\frac{1}{6}$ „

zatem

100 złr. po 10 dniach ma wartość $99\frac{5}{6}$ złr.
200 „ „ x

$$x : 99\frac{5}{6} = 200 : 100$$
$$x : 599 = 2 : 6$$
$$x : 599 = 1 : 3$$
$$x = 599 : 3 = 199{\cdot}666 \text{ złr.}$$

czyli wypłacą za ów weksel 199 złr. $66\frac{1}{2}$ ct.
czyli za 10 dni potrącono $\frac{1}{6}$ złr. od 100 złr., to od 200 złr. potrącić należy $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ złr. czyli 33 ct. zatem wypłacono 199 złr. 67 ct.

W tym razie można użyć zwyczajnego rachunku procentowego, a drugiego sposobu można użyć do sprawdzenia.

18. Na jaką kwotę był wystawiony weksel, za który 18 dni przed terminem wypłacono 2970 złr. z potrąceniem 20% eskontu.

20 złr. za rok od 100 złr.
$\frac{20}{12}$ „ „ mies. „
$\frac{10}{12}$ „ $\frac{1}{2}$m $=$15d. „
$\frac{2}{12}$ „ 3d. „

$$\frac{10}{12} + \frac{2}{12} = \frac{12}{12} = 1 \text{ złr. za 18 dni}$$

strącono od 100 złr. zatem

za 100 złr. dano 99 złr.
„ x „ „ 2970 „

$$x:100=2970:99$$
$$x:100=330:11$$
$$x:100=30:1$$
$$x=3000 \text{ złr.}$$

Na podanych 18 przykładach można nauczyć całego rachunku procentowego, uczniowie zrozumieją rzecz należycie a nabyta wiedza wystarczy nie na półrocze, nie do egzaminu tylko, ale na całe życie — nie potrzebując pamiętać ani jednej regułki, ani żadnej maszynki prócz dokładnego określenia stopy procentowej. Podczas gdy regułki z pamięci ulatują, w zastosowaniu następuje między nimi zamieszanie, tak, że uczeń pamiętając 4 regułki nie wie, kiedy zastosować pierwszą, a kiedy trzecią, ztąd nie może zastosować spamiętanej regułki do przykładu. Oprócz tego już w II. klasie można tym sposobem wziąść cały rachunek procentowy pojedyńczy a w IV. tylko w krótkości powtórzyć. W klasie IV. można korzystać z algebry i wyprowadzić wzór ogólny, który jest przydatny do układania zrównań dotyczących rachunku procentowego. W pierwszych latach naszej praktyki uczyliśmy według przepisanego podręcznika z bardzo miernym skutkiem a wielkiem natężeniem — odkąd atoli używaliśmy podanego rachunku wnioskowego i skutek okazał się bezwzględnie lepszym w znacznie krótszym czasie, mniej męczą sie uczniowie i nie forsuje się tyle nauczyciel.

W praktyce zauważyliśmy, że żadna część elementarnej matematyki nie budzi tyle zajęcia u dzieci, ile rachunek wnioskowy w połączeniu z praktyką włoską i regułą trzech. Proporcyi zaniedbywać się nie godzi ze względu na całość nauki, chociażby je w klasach niższych można obejść ostatecznie.

Przy wyborze zadań potrzeba być oględnym i nie zaniedbywać sposobności korzystania z każdego przedmiotu wchodzącego w zakres nauki i mającego zastosowanie w życiu praktycznem; należy przeto wybierać odpowiednie zadania z fizyki, chemii, statystyki, z nauk przyrodniczych, nawet z religii n. p. w klasie I. zupełnie na miejscu byłoby zadanie wzięte z pisma św.: Zgromadzony na puszczy lud w liczbie 4000 miał pięć bochenków chleba, ile chleba wypadło na jednę osobę, jeżeli bochenek ważył n. p. 5 kg.? W ten sposób podnosi się znaczenie i doniosłość cudu. Przedewszystkiem należy mieć na względzie okoliczność, że wszystkie przedmioty objęte planem naukowym mają dążyć do jednego celu, a tym jest rozwój umysłowy młodego pokolenia, według tej zasady poszczególne przedmioty winny się wzajemnie wspierać a nie wyłączać, albowiem jeden przedmiot wyświeca drugi, popiera go lub objaśnia w częściach albo daje mu należytą podstawę. Błędnem byłoby zapatrywanie n. p. tego rodzaju, aby nauczyciel filolog chciał swego ucznia zrobić filologiem w klasach średnich, albo matematyk matematykiem, a błędnem z tego względu, że umysł rozwinięty w jednym kierunku za nadto, nie może się jednakowo rozwinąć w kierunku drugim; przesada w jednym kierunku odbywa się kosztem niedosady w drugim kierunku. Można n. p. pamięć doprowadzić do zadziwiających rozmiarów u jednej jednostki, ale ta jednostka nie zdoła wysnuć najprostszego wniosku z danych premis. Tu leży zdaje się przyczyna tego, że n. p. A. nie ma głowy do historyi, B. do matematyki C. do języków, jak gdyby innej głowy potrzeba było do nauczenia się każdego przedmiotu, w takim razie jednostki wszechstronnie wykształcone musiałyby mieć po kilkanaście głów, jak smoki bajeczne.

Dziecko zaniedbane w jednym kierunku zraża się do tego przedmiotu, traci chęć do nauki, nie uważa i nie postępuje, bo nie może robić postępów nie mając podwaliny odpowiedniej. Jeżeli nauczyciel nie trzyma się ściśle tej wyłączności swego przedmiotu to i swój cel osiągnie, to jest fachowo uczniów wykszałci do pewnego stopnia a oprócz tego będą umieli korzystać uczniowie z wiadomości nabytych w każdym innym kierunku i w każdym zawodzie, będą mogli stosować nabyte wiadomości, gdzie się tylko zastosować dadzą, tym sposobem podnosi się wiedzę ogólną ucznia a przez obszerne stosowanie przedmiotu, uczy się młodzież cenić jego prawdziwą wartość. —

W Jaśle dnia 14. maja 1885.

Józef Balon.